تعیین سطح لغزش بحرانی در شیروانی‌های خاکی بااستفاده از روش تغییرات بیشترین شیب محلی*

محمد حاجی‌عزیزی[۱]　　فرشاد حیدری[۲]

چکیده *یافتن سطح لغزش بحرانی یکی از موضوعات مهم در تحلیل پایداری شیب‌هاست. شکل سطح لغزش در بسیاری از روش‌ها به‌صورت دایره‌ای درنظر گرفته می‌شود که به دلیل عمدهٔ این فرض ایجاد سهولت در انجام محاسبات می‌باشد. روش‌های بهینه‌سازی نیز یکی از روش‌های مناسب برای یافتن سطح لغزش بحرانی می‌باشند. در این مقاله بااستفاده از روش بهینه‌سازی غیرخطی، سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای به‌دست می‌آید. در این راستا برنامه‌ای به زبان فرترن نوشته شده‌است که قادر است بحرانی‌ترین سطح لغزش دایره‌ای را بااستفاده از روش جستجوی شبکه‌ای و بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای (پاره‌خطی) را بااستفاده از روش بیشترین شیب محلی پیدا نماید. نتایج حاصل از این پژوهش و ادبیات مربوط به این موضوع نشان می‌دهد که سطح لغزش غیردایره‌ای می‌تواند تا ۱۲ درصد نسبت به دیگر نتایج مقادیر ضریب اطمینان کمتری به‌دست آورد. حل چند مثال کارایی و صحت روش پیشنهادشده را نشان می‌دهد.*

واژه‌های کلیدی تحلیل پایداری، تعادل حدی، شیب‌های خاکی، سطح لغزش بحرانی، بیشترین شیب محلی.

Determination of Critical Slip Surface in Earth Slopes Using Alternating Variable Local Gradient

M. Hajiazizi　　F. Heydari

Abstract *To find the critical slip surface is one of the most important steps in this analysis. The shape of slip surface in many analyses is circular which convenience for calculating is. Optimization methods are one of the methods to find critical slip surface. In this paper is presented a new method to find critical slip surface and minimum factor of safety using DOSS program. DOSS program is written by authors in FORTRAN and can find critical circular slip surface by using grid search and critical line segments slip surface by using optimization method. This program is applicable for homogeneous and non-homogeneous materials with water level. The examples prove the efficiency and precision of the suggested method.*

Key Words Stability Analysis, Limit Equilibrium, Earth Slope, Critical Slip Surface, Alternating Variable Local Gradient.

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۴/۱/۳۱ و تاریخ پذیرش آن ۹۵/۵/۱۵ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول: دانشیار، گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه.　　Email: mhazizi@razi.ac.ir

(۲) دانش‌آموختهٔ کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه.

مقدمه

تحلیل پایداری شیب‌های خاکی یکی از مسائل اساسی و مهم در علم مکانیک خاک است. یکی از پرکاربردترین روش‌های تحلیل پایداری شیب‌های خاکی، روش حدی است. این روش به دو گروه عمدهٔ تعادل حدی و تحلیل حدی تقسیم می‌شود. روش تعادل حدی یکی از متداول‌ترین روش‌ها در تحلیل پایداری شیب‌های خاکی است که مقدار ضریب اطمینان را برای سطح لغزش معینی به‌دست می‌آورد. یافتن سطح لغزش بحرانی در شیب‌های خاکی و محاسبهٔ ضریب اطمینان نظیر آن، دو مفهوم اساسی در تحلیل پایداری شیب‌های خاکی است. تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش از این جهت حائز اهمیت است که محاسبهٔ ضریب اطمینان کمینه در این سطح لغزش انجام می‌شود که معمولاً هدف انجام تحلیل پایداری است. یکی از مراحل مهم در تحلیل پایداری شیب‌های خاکی، یافتن سطح لغزشی است که دارای کمترین ضریب اطمینان باشد. شکل این سطح که به سطح لغزش بحرانی موسوم است در بسیاری از روش‌ها به‌شکل دایره‌ای است که دلیل عمدهٔ آن ایجاد سهولت در انجام محاسبات است. سطوح لغزش دایره‌ای تنها دارای ۳ پارامتر طراحی می‌باشند، به‌همین دلیل بهینه کردن سطوح لغزش دایره‌ای به‌مراتب مشکلات کمتری دارد. مطالعاتی که تاکنون با موضوع تحلیل پایداری شیب‌های خاکی و یافتن سطح لغزش بحرانی انجام شده‌است، به‌تدریج تکامل بیشتری یافته است و تلاش دارد با حذف محدودیت‌ها و فاصله گرفتن از فرضیات ساده‌کننده از قبیل درنظر گرفتن سطح لغزش دایره‌ای، با رویکردی واقع‌گرایانه، سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای (پاره‌خطی) را ارائه کند که انطباق بیشتری با رفتار شیب‌های خاکی در طبیعت دارد. روش‌های مبتنی بر مفهوم بهینه‌سازی برای تعیین سطح لغزش بحرانی به‌دلیل کارایی و دقتی که دارند بیش از سایر روش‌ها و به‌طور گسترده‌ای در تحلیل پایداری شیب‌های خاکی به‌کار رفته‌اند [1]. نخستین تحقیقات در زمینهٔ پیدا کردن بحرانی‌ترین سطح لغزش شیروانی‌های خاکی توسط فلنیوس [2] انجام شده‌است که براساس آن یک روش ساده برای تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش پیشنهاد شده‌است. هم‌چنین استفاده از روش‌های بهینه‌سازی در مسائل پایداریِ شیب‌های خاکی، توسط بیکر [3] مورد مطالعه قرار گرفت. او یک روش کاربردی بااستفاده از برنامه‌ریزی دینامیکی در محاسبات پایداری شیروانی ارائه داد. به‌منظور تعیین سطح گسیختگی بحرانی در حالت دوبعدی، روش تغییرات متناوب توسط سلستینو و دانکن [4]، لی و وایت [5]، فخیمی و همکارانش [6] و روش مونت‌کارلو توسط ملکاوی و همکارانش [7] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. آرای و تاگی یو [8] نیز بااستفاده از روش گرادیان مزدوج راه‌حلی برای تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش غیردایره‌ای پیشنهاد کردند. در این روش ابتدا شیروانی موردنظر به تعدادی قطعات با عرض کوچک تقسیم می‌شود؛ و گره‌های سطح لغزش تنها می‌توانند درجهت محور عمودی حرکت داشته‌باشند و مختصات تمام گره‌ها درجهت محور افق همواره ثابت است. این محدودیت نیز احتمال یافتن ضریب اطمینان‌های بهتر را کاهش می‌دهد. به‌همین علت آرای و تاگی یو [8] در مثالی که برای یک محیط ناهمگن سه‌لایه‌ای مورد بررسی قرار دادند، نتوانستند ضریب اطمینانی بهتر نسبت به بحرانی‌ترین سطح لغزش دایره‌ای به‌دست آورند. باتوجه به این‌که تابع ضریب اطمینان تابع یکنوایی نیست، پیدا کردن کمترین مقدار ممکن برای ضریب اطمینان در روش‌های مذکور، به سختی حاصل می‌شود. زیرا ضریب اطمینان در دام حداقل‌های محلی(Local Minimum) می‌افتد که مقدار آن از کمترین مقدار ضریب اطمینان بیشتر است. تعیین سطح لغزش بحرانی برای شیب‌های مسلح [9]، تعیین سطح لغزش بحرانی بااستفاده از روش الگوریتم ابتکاری [10]، الگوریتم زیستی [11]، کاهش مقاومت برشی [12] و اثر ایجاد سطح لغزش دایره‌ای بر سطح لغزش

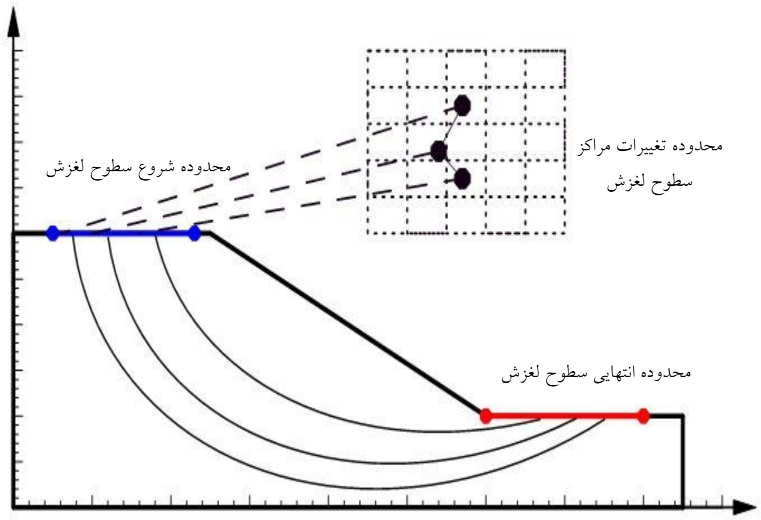
بحرانی [13] مواردی است که امروزه مورد توجه محققان مختلف درجهت توسعهٔ تعیین‌سطح بحرانی قرار گرفته‌است.

هدف از این مقاله، تحلیل پایداری شیب‌های خاکی و ارائهٔ روشی نو برای بهینه‌سازی سطح لغزش غیردایره‌ای (پاره‌خطی) است. در این روش ابتدا بحرانی‌ترین سطح لغزش دایره‌ای تعیین می‌گردد، سپس به تعداد مناسبی گره روی سطح لغزش بحرانی دایره‌ای انتخاب می‌شود و با اتصال آن‌ها به یکدیگر، سطح لغزش غیردایره‌ای (پاره‌خطی) حاصل می‌شود. آن‌گاه سطح لغزش غیردایره‌ای بااستفاده از روش بهینه‌سازی گرادیان محلی، بهینه می‌شود تا بحرانی‌ترین سطح لغزش و کمترین مقدار ضریب اطمینان برای شیب خاکی به‌دست آید. مراحل ذکرشده در برنامه‌ای به نام DOSS و به زبان فرترن نوشته شده‌است. این برنامه برای تمام محیط‌های همگن و ناهمگن با فشار آب منفذی قابل کاربرد است.

تعیین سطح لغزش بحرانی

برنامه‌های متداولی وجود دارد که قادرند، تعداد زیادی سطح لغزش دایره‌ای ترسیم نماید و از بین آنها سطح لغزشی که کمترین مقدار ضریب اطمینان را دارد به‌عنوان سطح لغزش بحرانی انتخاب نماید. هر سطح گسیختگی دایره‌ای سه پارامتر کنترل دارد که شامل محدودهٔ شروع سطح لغزش، محدودهٔ انتهایی سطح لغزش و محدودهٔ مرکز شعاع لغزش جهت ترسیم دوایر سطح لغزش می‌شوند (شکل ۱).

این پارامترهای کنترل به‌عنوان ورودی‌های ترسیم دوایر سطوح لغزش تعریف می‌شوند. سپس برای هر سطح لغزش ایجادشده، مقدار ضریب اطمینان توسط رابطهٔ تعادل حدی جانبو [14] و یا اسپنسر [15] به دل‌خواه کاربر به‌دست می‌آید. سطح لغزشی که کمترین مقدار ضریب اطمینان را دارد سطح لغزش بحرانی نامیده می‌شود. برخلاف نظر بعضی از محققان که شعاع دوایر لغزش را به‌عنوان یکی از متغیرهای اصلی تعریف می‌نمایند، برای تسریع در روند هم‌گرایی و کاهش زمان، متغیرهای دیگری هم‌چون مختصات نقطهٔ شروع و انتهای سطح لغزش (که محدودهٔ آن را هندسهٔ شیروانی معین می‌کند) تعریف گردیده‌است. درنتیجه از محاسبات اولیه و اضافی برای دوایری که هندسهٔ شیروانی را غیر از ابتدا و انتهای سطح لغزش، قطع می‌کنند احتراز می‌گردد. حل چند مثال و مقایسهٔ نتایج آن با دیگر محققان قابلیت برنامهٔ DOSS را برای تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش دایره‌ای نشان داده‌است.



شکل ۱ تقسیم‌بندی محدودهٔ مراکز سطوح لغزش و محدودهٔ شروع و انتهای سطوح لغزش شیروانی

تعیین سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای (پاره‌خطی)

در میان روش‌های مختلف برای تعیین سطح لغزش بحرانی، روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی، روش‌های موثری برای یافتن سطح لغزش بحرانی هستند. این موضوع از مسائل دشوار و پیچیدهٔ بهینه‌سازی محسوب می‌شود و حل آن حتی با روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی میسر نمی‌باشد. در چند دههٔ اخیر، روش‌های نوین بهینه‌سازی غیرخطی پا به عرصهٔ حل مسائل نهاده‌اند، اما تنها تعداد کمی از این روش‌ها تاکنون در حل مسائل ژئوتکنیک، مانند تعیین سطح لغزش بحرانی، مورداستفاده قرار گرفته‌اند؛ اما باید این نکته را نیز یاد آور شد که یافتن سطح لغزش بحرانی در شیروانی‌های خاکی دارای مشکلِ «حداقل‌های محلی» است؛ بدین معنی که در روند یافتن سطح لغزش بحرانی، ممکن است روند بهینه‌یابی گرفتار حداقل‌های محلی شود و نتواند بحرانی‌ترین مکان را برای سطح لغزش پیدا کند. در این مقاله از روش گرادیان محلی برای یافتن بحرانی‌ترین سطح لغزش در شیب‌های خاکی استفاده می‌شود. روش گرادیان محلی یکی از روش‌های غیرخطی در بهینه‌سازی توابع است که در بخش بعد توضیح داده خواهدشد. مزیت عمدهٔ این روش این است که به‌سادگی از بسیاری از حداقل‌های محلی رها می‌شود. فرآیند کار برای یافتن سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای بااستفاده از روش بهینه‌سازی غیرخطی بدین ترتیب است که ابتدا سطح لغزش بحرانی دایره‌ای به‌دست می‌آید، سپس سطح لغزش اولیهٔ غیردایره‌ای (پاره‌خطی) منطبق بر سطح لغزش دایره‌ای بحرانی منطبق می‌گردد، آن‌گاه آن سطح لغزش بااستفاده از روش بهینه‌سازیِ گرادیان محلی بهینه می‌شود تا بحرانی‌ترین سطحِ لغزش غیردایره‌ای (پاره‌خطی) حاصل شود. در واقع فرآیند بهینه‌سازی قادر است، سطح گسیختگی انتخاب شدهٔ اولیه را به سطح گسیختگی غیردایره‌ای، که انطباق بیشتری با رفتار شیب‌های خاکی در طبیعت دارد، تبدیل کند. روش مورداستفاده قابلیت استفاده برای تمام محیط‌های همگن و ناهمگن و خاک با فشار آب منفذی را دارد. درادامه با حل چند مثال قابلیت و کارایی روش پیشنهادی در یافتن سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای بااستفاده از روش بهینه‌سازی گرادیان محلی نشان داده‌می‌شود. نتایج حاصل از روش مذکور توسط سایرِ برنامه‌های موجود مقایسه شده‌است که تطابق خوبی با یَکدیگر دارند.

روش گرادیان محلی

روش گرادیان محلی براساس روش تک‌متغیره [16] است. در روش تک‌متغیره تنها یک متغیر در زمان واحد تغییر داده‌می‌شود و به‌دنبال آن یک مرحلهٔ بهبود به‌سمت حداقل ایجاد می‌شود؛ یعنی با شروع از یک نقطهٔ آغازین (X_i) در i امین تکرار، مقدار $n-1$ متغیر ثابت نگه داشته می‌شود و متغیر مورد نظر تغییر می‌کند. بنابراین، انجام بهینه‌سازی با روش بیشترین شیب محلی مستلزم تعریف نقاط یا گره‌هایی به‌عنوان نقاط یا گره‌های کنترل است که متغیر مسئله می‌باشند. از این‌رو برروی سطح لغزش اولیه، n نقطه به‌عنوان نقاط کنترل به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که سطح لغزش اولیه را با پاره‌خط‌های تخمین بزنند، به‌طوری‌که پاره‌خط‌های حاصل دربردارندهٔ خصوصیات هندسی سطح لغزش اولیه باشد. این نقاط در واقع نمایندهٔ سطح لغزش برای شرکت در فرآیند بهینه‌سازی‌اند و تغییر در مختصات این نقاط و قرارگیری آنها در محل‌های جدید باعث تغییر در هندسهٔ سطح لغزش و ایجاد یک سطح لغزش نامنظم جدید می‌شود. هدف نهایی در این تحقیق یافتن مختصات جدید گره‌های کنترل به‌نحوی است که سطح لغزش تغییر کند در اثر جابه‌جایی این گره‌ها ضریب اطمینان کوچک‌تری نسبت به سطح لغزش اولیه داشته‌باشد. روش گرادیان محلی، سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای را با جابه‌جایی گره‌های واقع بر سطح لغزش بحرانی دایره‌ای (اولیه) به بهترین موقعیت، به‌دست می‌آورد. براساس روش تک‌متغیره، بهترین موقعیت هر گره در جهت خلاف گرادیان آن گره است. در واقع با حرکت مناسب گره‌ها تابع هدف که ضریب اطمینان است کمینه می‌گردد. در این روش n-1 گره (متغیر)

ثابت است و گره باقی‌مانده درجهت خلاف گرادیان تغییر می‌کند تا مقدار ضریب اطمینان کمتر شود. این فرآیند برای دیگر گره‌ها نیز ادامه می‌یابد. بعد از این که تمام n گره (متغیر) به‌ترتیب بهینه گردید اولین سیکل کامل می‌شود. سپس سیکل دوم به همان ترتیب سیکل اول شروع می‌شود و این روند تا زمانی که اختلاف بین دو سیکل آخر به حداقل برسد ادامه می‌یابد. مفهوم سیکل در شکل‌های (۲) و (۳) توضیح داده شده‌است. شکل (۲) پایان سیکل اول را نشان می‌دهد که تمام گره‌ها روی سطح لغزش اولیه با ضریب اطمینان FS_1 بهینه شده‌اند و سطح لغزش دوم با ضریب اطمینان FS_2 به دست آمده است که $FS_2<FS_1$. شکل (۳) سیکل دوم را نشان می‌دهد که تمام نقاط روی سطح لغزش دوم بهینه شده‌اند و سطح لغزش سوم با ضریب اطمینان FS_3 به‌دست آمده‌است که $FS_3<FS_2$. حرکت هر گره به‌منظور کاهش مقدار ضریب اطمینان باید در جهت منفی بردار گرادیان آن گره باشد. بنابراین حرکت گره‌ها درجهت منفی بردار گرادیان محلی منجر به بهینه‌سازی تابع هدف (ضریب اطمینان) می‌گردد. گرادیان منفی تابع FS به‌صورت رابطهٔ (۱) است:

$$S_i = -G_i = -\left\{\frac{\partial Fs}{\partial x_1}, \frac{\partial Fs}{\partial y_1}, \ldots, \frac{\partial Fs}{\partial x_n}, \frac{\partial Fs}{\partial y_n}\right\} \qquad (۱)$$

که در آن FS رابطهٔ ضریب اطمینان به‌روش تعادل حدی است. رابطهٔ تعادل حدی جانبو [14] به‌صورت زیر است:

$$FS = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} W_i \tan\alpha_i}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left\{c\,\Delta x + (W_i - u_i \Delta x_i)\tan\varphi_i\right\}\left\{\frac{\sec^2\alpha_i}{1+\tan\alpha_i \dfrac{\tan\varphi_i}{FS}}\right\}F_f$$

$$= \frac{\sum\left\{(c' - u\tan\varphi')\right\}\sec\alpha_i\,\Delta x + W\left[(\sec\alpha_i - \tan\delta\sin\alpha_i)\right.}{\sum W\tan\alpha_i}$$

$$\frac{\left.\tan\varphi' + F_f\,\tan\delta\tan^2\alpha_i\,/\,J\right]/\,m_\alpha}{\sum W\tan\alpha_i} \qquad (۲)$$

و رابطهٔ تعادل حدی اسپنسر [15] به‌صورت زیر می‌باشد:

$$F_f =$$

$$\frac{\sum\left\{(c' - u\tan\varphi)\sec\alpha_i\,\Delta x + W\left[(\sec\alpha_i - \tan\delta\sin\alpha_i)\tan\varphi' + \right.\right.}{\sum W\tan\alpha_i}$$

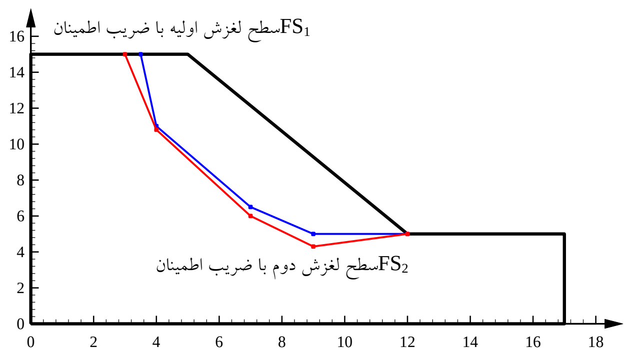
$$\frac{\left.\left.F_f\,\tan\delta\tan^2\alpha_i\,/\,J\right]\right\}}{\sum W\tan\alpha_i} \qquad (۳)$$

$$F_m = \frac{\sum R\left\{(c' - u\tan\varphi')\sec\alpha_i \Delta x\sin(\delta+\theta)/\cos\delta + \right.}{\sum W R\cos\theta}$$

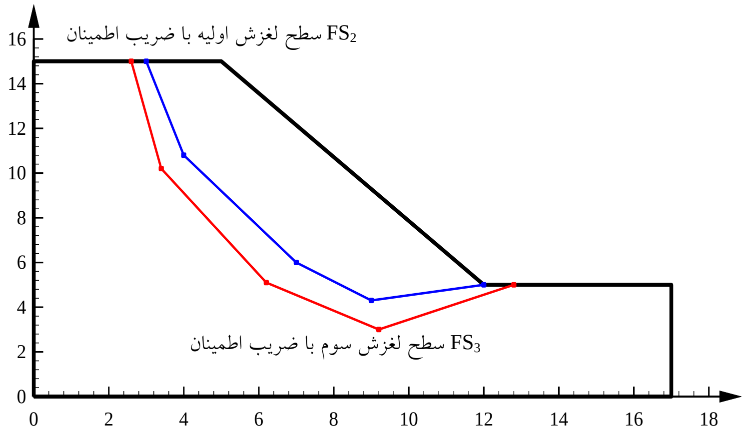
$$\frac{\left. + W\cos(\theta+\alpha_i)\left[\tan\varphi'\tan(\theta+\alpha_i) + F_m\sec\alpha_i\,/\,J\right]\right\}/\,ma}{\sum W R\cos\theta} \qquad (٤)$$

که در آن:

$$J = (1+\tan^2\alpha_i)^{\frac{1}{2}} \qquad (۵)$$



شکل ۲ سیکل اول، همهٔ گره‌های سطح لغزش اولیه با FS_1 بهینه شده‌اند و سطح لغزش دوم با FS_2 حاصل شده‌است که $FS_2<FS_1$



شکل ۳ سیکل دوم، پایان بهینه سازی تمام نقاط روی سطح لغزش $FS_3<FS_2$

$$m_\alpha = \frac{(1+\tan\delta\tan\alpha_i)}{J} + (\sin\alpha_i - \tan\delta\tan\alpha_i)\tan\phi / F \quad (٦)$$

$$\delta = \tan^{-1}(\lambda) \quad (٧)$$

روند کلی بهینه‌سازی به روش گرادیان محلی در شکل (٤) نشان داده شده‌است. قابل ذکر است که در حرکت هر گره به مکان بهینهٔ جدید، جنبشی بودن سطح لغزش باید درنظر گرفته شود، در غیر این صورت مکان جدید نمی‌تواند به‌عنوان مکان بهینه انتخاب گردد. طی فرآیند بهینه‌سازی برای هر گره، گره‌های ماقبل و مابعد آن گره می‌توانند به‌عنوان کنترل‌کننده‌های جنبشی بودن سطح لغزش عمل کنند [1]. این مطلب را می‌توان در شکل (٥) مشاهده کرد. برای استفاده از روش گرادیان محلی برای بهینه‌سازی سطح لغزش، توجه به دو نکته حائز اهمیت است: ۱. در صورتی که تعداد گره‌های انتخابی برروی سطح لغزش اولیه خیلی زیاد باشد، سطح لغزش انعطاف‌پذیری کافی برای بهینه شدن را نخواهد داشت. ۲. اگر تعداد گره‌های انتخابی برروی سطح لغزش اولیه کم باشد، مقدار ضریب اطمینان به‌دست‌آمده از دقت کافی برخوردار نخواهد شد در حالی که سطح لغزش، انعطاف‌پذیری کافی برای بهینه شدن را خواهد داشت. بنابراین توصیه می‌شود که ابتدا یک سطح لغزش اولیه با تعداد گره‌های کم و سپس سطح لغزش بهینهٔ به‌دست‌آمده با تعداد گره‌های بیشتری برای بهینه‌سازی به‌عنوان سطح لغزش اولیه معرفی گردد. با چندین بار تکرار این عمل، بهینه‌ترین سطح لغزش به‌دست خواهد آمد. البته کلیهٔ موارد گفته‌شده برای حالتی است که سطح لغزش اولیه توسط کاربر تعریف گردد و در صورتی که سطح لغزش اولیه به‌صورت اتوماتیک در روند تحلیل به‌دست آید نیازی به انجام روند فوق نیست و سطح لغزش بهینهٔ پاره‌خطی (غیردایره‌ای) به‌صورت اتوماتیک به‌دست خواهد آمد.

فرآیند روش تک‌متغیره به‌صورت زیر است [16]:

الف) انتخاب یک نقطهٔ اختیاری X_i و درنظر گرفتن i=1

ب) یافتن مسیر جستجوی S_i

$$S_i^T = \begin{cases} (1,0,0,\dots,0) & i = 1, n+1, 2n+1, \dots \\ (0,1,0,\dots,0) & i = 2, n+2, 2n+2, \dots \\ (0,0,1,\dots,0) & i = 3, n+3, 2n+3, \dots \\ \vdots & \\ (0,0,0,\dots,1) & i = n, 2n, 3n, \dots \end{cases} \quad (٨)$$

ج) یافتن طول گام بهینهٔ λ_i^* به‌طوری‌که:

$$f = (X_i \pm \lambda_i^* S_i) = \min(X_i \pm \lambda_i S_i) \quad (٩)$$

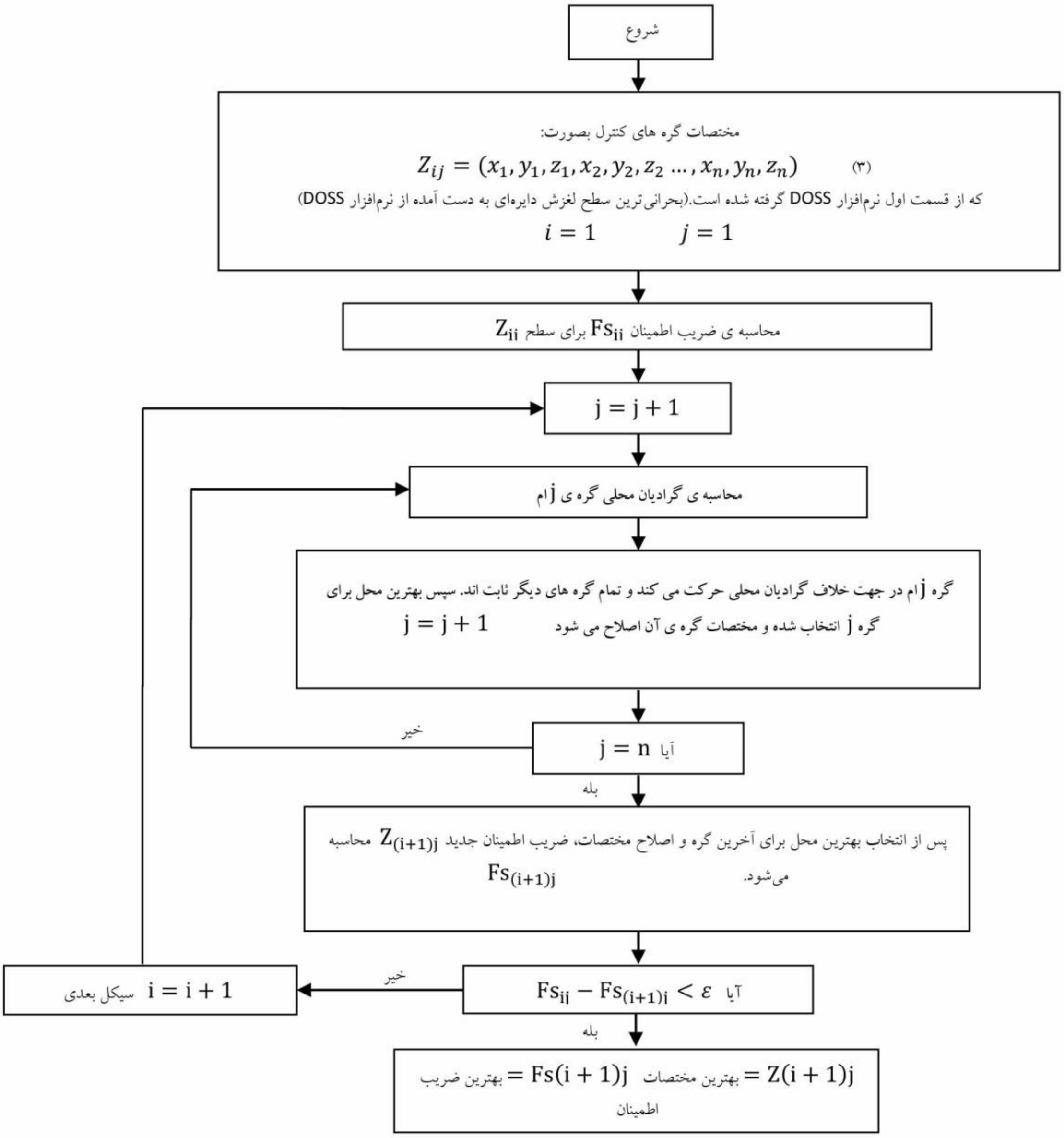
علامت – یا + باتوجه به کاهش مقدار تابع درنظر گرفته خواهدشد.

د) باتوجه به مسیر کاهش تابع، مقدار جدید به‌صورت زیر تعیین می‌گردد،

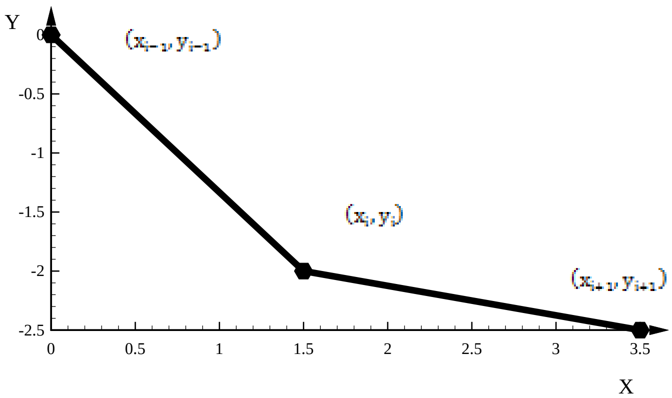
$$X_{i+1} = X_i \pm \lambda_i^* S_i \quad (١٠)$$

ه) در نظر گرفتن i = i+1 و تکرار گام‌ها از گام (ب).

فرآیند فوق آنقدر تکرار می‌گردد تا اختلاف مقدار تابع هدف در مرحلهٔ آخر مقدار ناچیزی گردد.



شکل ٤ الگوریتم بهینه‌سازی به‌روش گرادیان محلی



شکل ۵ کنترل نقاط سطح لغزش جهت جنبشی بودن

فرآیند بیشترین شیب محلی

به‌طور خلاصه روش بیشترین شیب محلی، برای یافتن بحرانی ترین سطح لغزشِ غیردایره‌ای را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

۱. پیدا کردنِ سطح لغزشِ بحرانیِ دایره‌ای بااستفاده از روش جستجوی شبکه‌ای و یا هر روش دیگر به‌عنوان سطح لغزش اولیه.

۲. انتخاب گره‌های مناسب روی سطح لغزش اولیه و اتصال آنها به یکدیگر (تعداد گره‌های انتخابی نقش مهمی در روند بهینه‌سازی دارند. توصیه می‌شود که در لایه‌های ضعیفِ مربوط به محیط‌های غیرهمگن، تعداد گره‌های بیشتری انتخاب شود.).

مختصات اولیهٔ گره‌های انتخابی روی سطح لغزش در جهت انجام فرآیند بهینه‌سازی:

$Z_1 = (x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_n, y_n)$

۳. یافتن بهترین موقعیت برای اولین گرهٔ واقع بر مرز شیب.

مختصات جدید نقاط پس از بهینه‌سازی گره اول:

$Z_1 = (x_1^*, y_1^*, x_2, y_2, \ldots, x_n, y_n)$.

٤. یافتن بهترین موقعیت برای اولین گرهٔ داخلی سطح لغزش و ثابت ماندن بقیهٔ گره‌ها به‌طوری‌که سطح لغزش جدید، ضریب اطمینان کمتری دارد. بهترین موقعیت هر گرهٔ داخلی با حرکت آن درجهت خلاف گرادیان محلی به‌دست می‌آید.

۵. یافتن بهترین موقعیت برای دومین گرهٔ داخلی سطح لغزش و ثابت ماندن بقیهٔ گره‌ها به‌طوری که سطح لغزش جدید ضریب اطمینان کمتری دارد.

٦. یافتن بهترین موقعیت برای گرهٔ بعدی داخلی به‌طوری که بقیهٔ گره‌ها در جای خود ثابت هستند. این روند برای کلیهٔ گره‌های داخلی تکرار می‌شود.

۷. یافتن بهترین موقعیت برای آخرین گره واقع بر مرز شیب. در این مرحله اولین سیکل بهینه‌یابی به اتمام می‌رسد و مختصات جدید سطح لغزش به‌صورت زیر است.

مختصات گره‌ها پس از پایان سیکل بهینه‌سازی:

$Z_{i+1}^* = (x_1^*, y_1^*, x_2^*, y_2^*, \ldots, x_{n-1}^*, y_{n-1}^*, x_n^*, y_n^*)$

۸. گام‌های ۳ تا ۷ تکرار می‌شود تا این‌که اختلافِ مقدار آخرین ضریب اطمینان و ماقبلِ آن کمتر از ε باشد.

$Fs(Z_{i+1}^*)$ = مقدار ضریب اطمینان در سیکل بهینه‌یابی آخر.

$Fs(Z_i^*)$ = مقدار ضریب اطمینان در سیکل بهینه‌یابی یکی به آخر.

آخرین مقدار ضریب اطمینان و سطح لغزش مربوط به آن به‌عنوان بحرانی‌ترین سطح لغزش معرفی می‌شود.

لازم به ذکر است که در انتقال هر گره به موقعیت بهینهٔ جدید، باید جنبشی بودن سطح لغزش نیز درنظر گرفته شود، در غیر این صورت موقعیت جدید نمی‌تواند به‌عنوان مکان جدید سطح لغزش انتخاب شود.

معرفی برنامهٔ DOSS

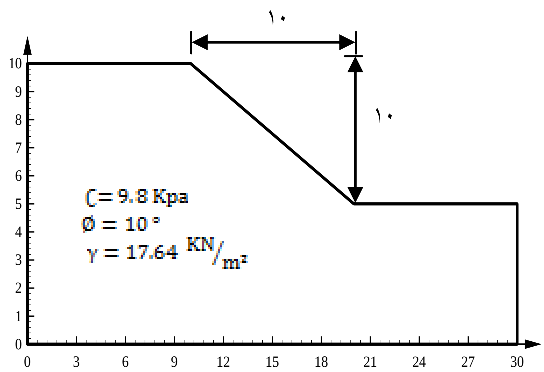
کلمهٔ DOSS مخفف Determination of Optimal Slip Surface است که به‌معنای تعیین سطح لغزش بهینه است. این برنامه به زبان فرترن و توسط مؤلفان نوشته شده‌است، به‌طوری‌که قابلیت خوبی در ترسیم سطح لغزش و هندسهٔ شیروانی دارد. یکی از مزیت‌های برنامهٔ DOSS سادگی در داده‌های ورودی به آن است ازجمله هندسهٔ شیروانی، هندسهٔ لایه‌ها (در حالت شیروانی ناهمگن) و پارامترهای مقاومتی خاک مربوط به هر لایه، تعیین سطح آب زیر زمینی و تعداد قطعات سطح لغزش. پس از وارد نمودن این اطلاعات تعداد زیادی سطح لغزش دایره‌ای و ضریب اطمینان مربوط به آنها به‌دست می‌آید که سطح لغزش مربوط به کمترین مقدار

ضریب اطمینان به‌عنوان سطح لغزش بحرانی دایره‌ای مشخص می‌گردد. سپس مختصات این سطح لغزش به‌منظور بهینه‌سازی به روش گرادیان محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد تا یک سطح لغزش بحرانی غیردایره‌ای که دارای ضریب اطمینان کمتر از سطح لغزش دایره‌ای بحرانی است به‌دست آید. البته برنامهٔ DOSS این قابلیت را دارد که هر سطح لغزش دل‌خواهی را که توسط کاربر معرفی می‌شود، بهینه نماید. مبنای بهینه‌سازی برای یافتن سطح لغزش دایره‌ای روش جستجو است و مبنای بهینه‌سازی برای یافتن سطح لغزش غیردایره‌ای (پاره‌خطی) روش گرادیان محلی است. کلیهٔ اشکال حاصل از نتایج مثال ها منتج از برنامهٔ DOSS است که توسط برنامهٔ DPlot [17] ترسیم شده‌است.

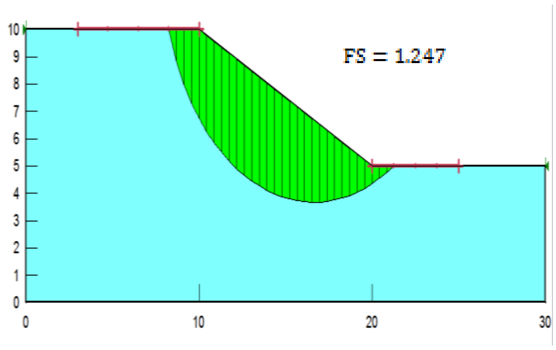
حل چند مثال

مثال‌های حل‌شده در این بخش تلاش دارند تا کارایی و دقت برنامهٔ DOSS، و هم‌چنین روش بهینه‌یابی گرادیان محلی را برای تعیین بحرانی‌ترین سطح لغزش پاره‌خطی (غیردایره‌ای) نشان دهند. از این‌رو، ضمن مقایسهٔ مثال‌های انجام‌شده با سایر محققان، به مقایسهٔ نتایج حاصل از خروجی برخی نرم‌افزارهای تجاری مطرح نیز خواهیم پرداخت. دو مثال اول و دوم توسط آرای و تاگی‌یو [8] به‌منظور به‌دست آوردن یک سطح لغزش غیردایره‌ای بررسی شده‌است. این مثال‌ها توسط یاماگامی و یوتا [18] نیز به‌منظور استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌است. هم‌چنین محققان دیگری [7,19-23] نیز از این دو مثال برای صحت‌سنجی کار خود استفاده کرده‌اند.

مثال ۱. هندسه و پارامترهای مقاومتی مربوط به این شیروانی همگن در شکل (٦) نشان داده شده‌است. در جدول (۱) نتایج به‌دست‌آمده از برنامهٔ DOSS و مقایسهٔ آن با دیگر نتایج مشاهده می‌گردد. شکل (۷) تحلیل انجام‌شده با نرم‌افزار SLOPEW [24] و مقدار ضریب اطمینان ۱/۲٤۷ را نشان می‌دهد. ضریب اطمینان دایره‌ای بحرانی، حاصل از برنامهٔ DOSS برابر با ۱/۲٤٤ به‌دست آمده‌است که هم‌خوانی خوبی با برنامهٔ SLOPEW دارد. قابل‌توجه است که استفاده از روش‌های مختلف تعادل حدی، موجب تفاوت در مقادیر ضریب اطمینان برای یک شیروانی یکسان شده‌است.



شکل ٦ هندسه و پارامترهای مقاومتی مثال اول



شکل ۷ ضریب اطمینان و سطح لغزش بحرانی دایره‌ای حاصل از نرم‌افزار SLOPEW برای مثال اول

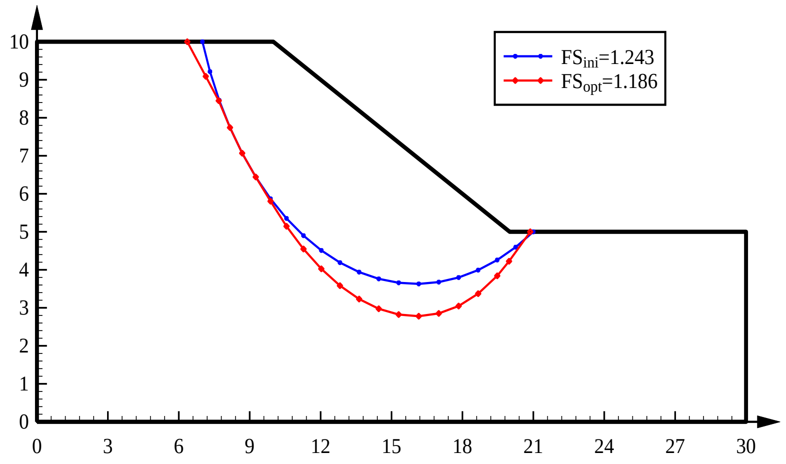
جدول ۱ مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS با نتایج سایر محققان و نرم‌افزار SLOPEW مربوط به مثال اول

ضریب اطمینان	روش بهینه‌سازی	روش تعادل حدی	مرجع
1.338	BFGS	مورگنسترن–پرایس	Yamagami and Ueta [18]
1.338	DFP	مورگنسترن–پرایس	Yamagami and Ueta [18]
1.338	Powell	مورگنسترن–پرایس	Yamagami and Ueta [18]
1.339-1.348	Simplex	مورگنسترن–پرایس	Yamagami and Ueta [18]
1.327-1.333	Monte Carlo	مورگنسترن–پرایس	Greco [19]
1.238	Monte Carlo	روش معمولی قطعات	Malkawi et al. [7]
1.380	GA	جانبو	Solati and Habibagahi [21]
1.3285	PSO	اسپنسر	Cheng et al. [20]
1.3264	MPSO	اسپنسر	Cheng et al. [20]
1.321	GA+Spline	مورگنسترن–پرایس	Jianping et al. [22]
1.311	ACO	مورگنسترن–پرایس	Kahatadeniya and Nanakorn [23]
1.247	–	جانبو	SLOPEW Software [24]
1.243	تکنیک جستجو (دایره‌ای)	جانبو	DOSS software (This Study)
1.186	روش گرادیان محلی(غیردایره‌ای)	جانبو	DOSS software (This Study)

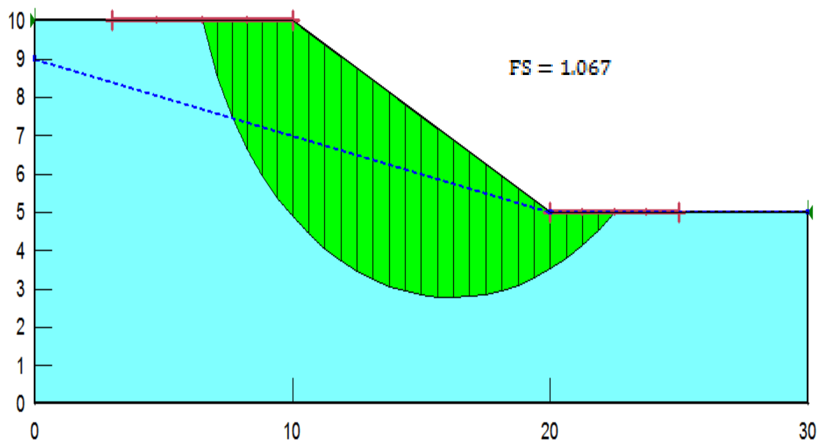
در شکل (۸) سطح لغزش بحرانی دایره‌ای و بحرانی غیردایره‌ای و ضریب اطمینان مربوط به آنها قابل مشاهده است که از برنامهٔ DOSS حاصل شده‌اند. در برنامهٔ DOSS سطح لغزش بحرانی دایره‌ای به‌عنوان سطح لغزش اولیهٔ غیردایره‌ای (با اتصال گره‌های منطبق بر سطح لغزش دایره‌ای به یکدیگر) انتخاب می‌گردد. سپس بااستفاده از روش گرادیان محلی، سطح لغزش اولیه بهینه می‌گردد تا بحرانی‌ترین سطح لغزش پاره‌خطی حاصل گردد. سطح لغزش بحرانی پاره‌خطی در شکل (۸) قابل‌مشاهده است که مقدار ضریب اطمینان آن برابر با ۱/۱۸٦ به‌دست آمده‌است.

مثال ۲. در این مثال، همان مثال ۱ که شامل سطح آب زیرزمینی نیز می‌باشد، بررسی می‌گردد (شکل ۹). این شیروانی توسط برنامهٔ DOSS و برنامهٔ SLOPW تحلیل شده‌است که نتایج حاصل از آنها در جدول (۲)

آمده‌است. نتایج حاصل از برنامهٔ DOSS هم‌خوانی خوبی با نتایج حاصل از SLOPEW دارد. برنامهٔ SLOPEW مقدار ضریب اطمینان را برای بحرانی‌ترین حالت ۱/۰٦۷ به‌دست آورده‌است (شکل۹) و برنامهٔ DOSS برای بحرانی‌ترین سطح لغزش دایره‌ای مقدار ۱/۰٦۷ به‌دست آورده است (شکل ۱۰) که هم‌خوانی خوبی با یکدیگر دارند.



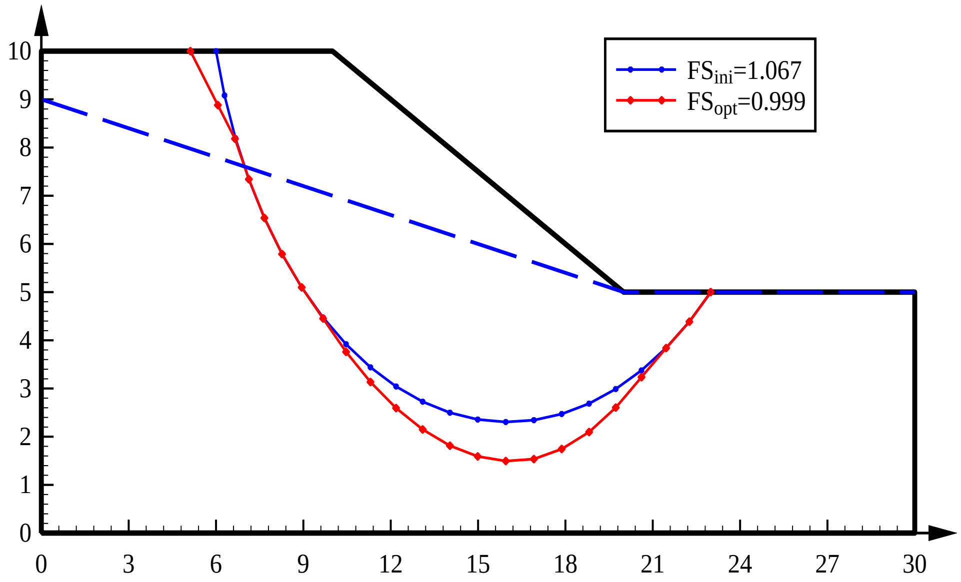
شکل ۸ ضرایب اطمینان و سطوح لغزش دایره‌ای بحرانی و غیردایره‌ای بحرانی حاصل از برنامهٔ DOSS مربوط به مثال اول



شکل ۹ ضریب اطمینان و سطح لغزش به‌دست‌آمده از نرم‌افزار SLOPEW برای مثال دوم

جدول ۲ مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS با نتیجهٔ نرم‌افزار SLOPEW مربوط به مثال دوم

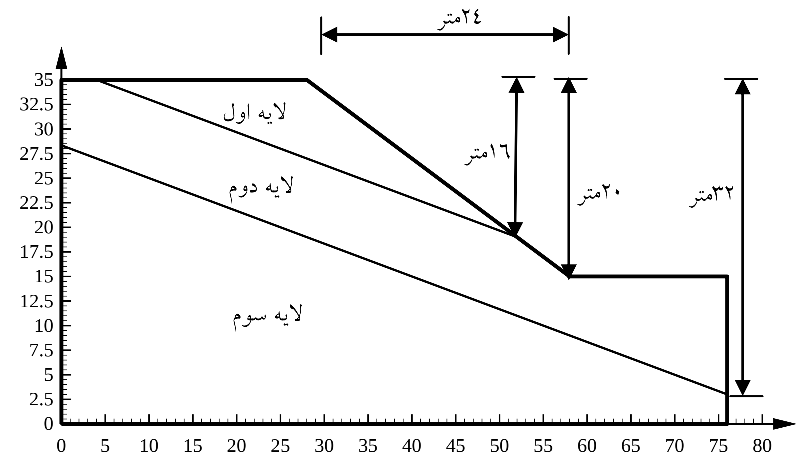
ضریب اطمینان	روش بهینه‌سازی	روش تعادل حدی	مرجع
1.067	-	جانبو	SLOPEW Software [24]
1.067	روش جستجو (دایره‌ای)	جانبو	DOSS software
0.999	محلی(غیردایره‌ای) روش گرادیان	جانبو	DOSS software



شکل ۱۰ ضرایب اطمینان و سطوح لغزش دایره‌ای بحرانی و غیردایره‌ای بحرانی به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS مربوط به مثال دوم

برنامهٔ DOSS سطح لغزش اولیهٔ غیردایره‌ای را (که منطبق بر سطح لغـزش بحرانـی دایـره‌ای اسـت) بهینـه می‌کند و بحرانی‌ترین سطح لغزش پاره‌خطی را به‌دست می‌آورد که ضریب اطمینان آن برای شیب مورد نظر کـه دارای آب زیرزمینی اسـت برابـر بـا ۰/۹۹۹ شـده‌اسـت (شکل ۱۰). در شکل (۱۰) هندسهٔ سطح لغزش دایره‌ای و غیردایره‌ای بحرانـی و موقعیـت تـراز آب زیرزمینـی، حاصل از برنامهٔ DOSS قابل‌مشاهده است. در این مثال مشاهده می‌گردد که برنامهٔ DOSS توانسته‌است سـطح لغزش پاره‌خطی را که انطباق بیشتری بـا سـطح لغـزش واقعی در طبیعت دارد، پیدا نماید، به‌طوری‌که مقـدار آن کمتر از عدد ۱ است و به‌معنای ناپایداری شـیب اسـت. حال آن که سطح لغزش دایره‌ای بحرانی مقادیر ضـریب اطمینان را بیش از عدد ۱ می‌دهد که به‌معنـای پایـداری شیب است. در این مثال می‌توان اهمیت بررسی سـطوح لغزش غیردایره ای را متوجه شـد کـه بهتـر خـود را بـا واقعیت موجود در طبیعت تطبیـق مـی‌نماینـد و مقـادیر ضریب اطمینان کمتری به‌دست می‌آورند. بـه‌طـوری‌کـه یک شیروانی در سطح لغزش دایره‌ای ضریب اطمینـانی بیش از عدد ۱ دارد و پایدار است، اما در سـطح لغـزش پاره‌خطی، مقدار ضریب اطمینان کمتر از عدد ۱ است و ناپایدار است.

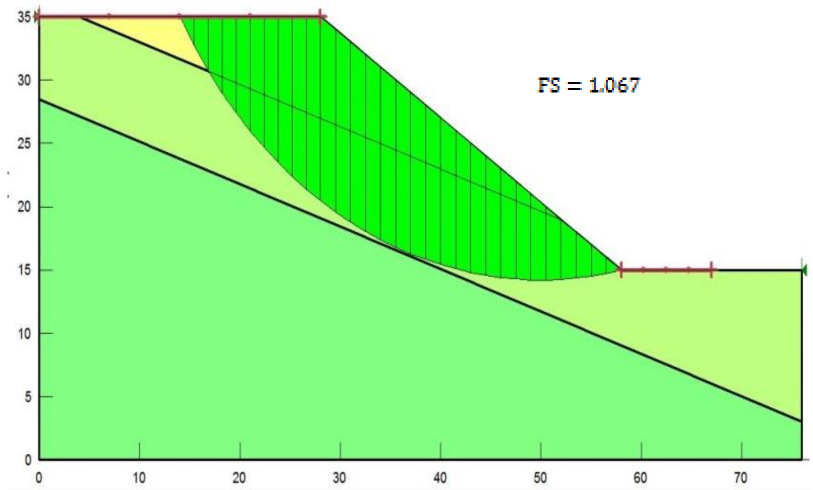
مثال ۳. شکل (۱۱) یک شیروانی ناهمگن با سـه لایـه خاک را نشان می‌دهد کـه در آن لایـهٔ میـانی یـک لایـهٔ ضعیف است که بین دو لایهٔ مقاوم‌تر قرار گرفتـه‌اسـت. پارامترهای مقاومتی لایه‌ها در جدول (۳) قابـل‌مشـاهده است. این مثال توسط نرم‌افـزار SLOPEW نیـز تحلیـل شده‌است کـه مـدل‌سـازی ایـن تحلیـل در شـکل (۱۲) مشاهده می‌گردد. این مثال توسط مراجع [7, 8, 19, 20, 25] دیگر نیز تحلیل و بررسی شده‌است که نتـایج آنهـا همـراه بـا نتـایج SLOPEW و DOSS در جـدول (٤) آورده شده‌است.



شکل ۱۱ هندسهٔ شیروانی ناهمگن مربوط به مثال سوم

جدول ۳ پارامترهای مقاومتی شیروانی ناهمگن مربوط به مثال سوم

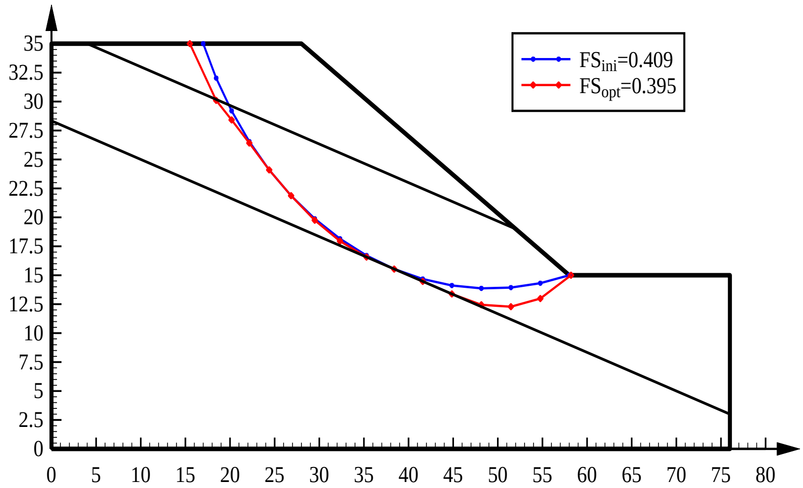
لایه	Cضریب چسبندگی (Kpa)	φزاویه اصطکاک (°)	γوزن مخصوص (KN/m^3)
1	29.40	12	18.82
2	9.80	5	18.82
3	264.0	40	18.82



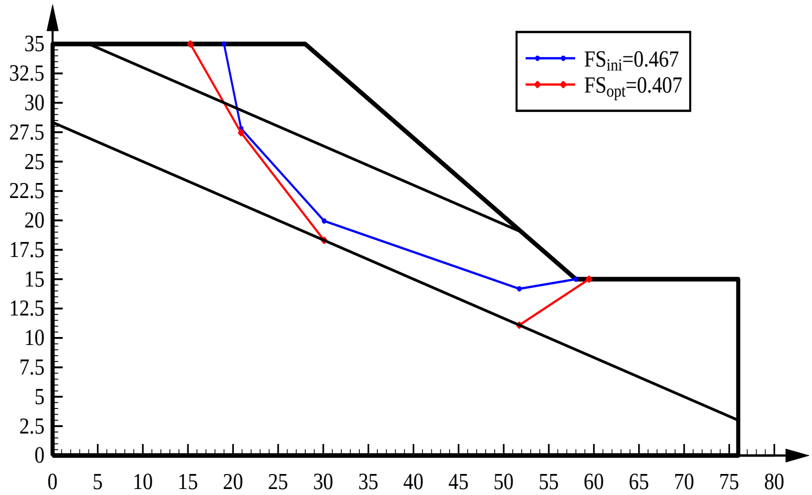
شکل ۱۲ ضریب اطمینان و سطح لغزش به‌دست‌آمده از نرم‌افزار SLOPEW برای مثال سوم

جدول ٤ مقایسهٔ نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS با نتایج سایر محققان و نرم‌افزار SLOPEW مربوط به مثال سوم

ضریب اطمینان	روش بهینه‌سازی	روش تعادل حدی	مرجع
0.405	Conjugate gradient	جانبو	Arai and Tagyo [8]
0.401	RST-2	جانبو	Sridevi and Deep [25]
0.338	Monte Carlo	جانبو	Greco [19]
0.401	Monte Carlo	جانبو	Malkawi et al. [7]
0.3961	PSO	جانبو	Cheng et al. [20]
0.3997	MPSO	جانبو	Cheng et al. [20]
0.411	–	جانبو	SLOPEW Software [24]
0.409	تکنیک جستجو (دایره‌ای)	جانبو	DOSS software
0.395	روش گرادیان محلی (غیردایره‌ای)	جانبو	DOSS software



شکل ۱۳ ضرایب اطمینان و سطوح لغزش دایره‌ای بحرانی و غیردایره‌ای بحرانی به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS مربوط به مثال سوم



شکل ١٤ ضرایب اطمینان و سطوح لغزش اولیه و غیردایره‌ای بحرانی به‌دست‌آمده از نرم‌افزار DOSS مربوط به مثال چهارم(گام اول)

ضـرایب اطمینـان بـه‌دسـت‌آمـده از DOSS بـرای حالت سطح لغزش دایـره‌ای و غیردایـره‌ای بحرانـی بـا نتایج سـایر محققـان تطـابق خـوبی دارد. گریکـو [19] بااستفاده از روش مونت‌کارلو به ضریب اطمینان ۰/۳۳۸ دست یافته‌است. ملکـاوی و همکـارانش [7] نیـز روش مونت‌کارلو را به‌کار گرفتند و ضریب اطمینان ۰/۴۰۱ را به‌دست آوردند. این در حالی بود که سطح لغزشـی کـه ملکاوی و همکارانش [7] به‌دست آورده‌بودند خیلی بـه سطح لغزش به‌دست‌آمده توسـط گریکـو [19] نزدیـک بود. مشخص نیست کـه چـرا مقـدار ضـریب اطمینـان گریکو [19] و ملکاوی و همکارانش [7] اختلاف دارند در حالی که شکل سطح لغزش آنها کـاملاً بـر یکـدیگر منطبق هستند [20]. بنابراین ضریب اطمینان بهینـه‌شـده (غیردایـره‌ای) بـه روش گرادیـان محلـی بااسـتفاده از نرم‌افزار DOSS را می‌توان یکی از بهترین نتایج به‌دست آمـده دانسـت. در شـکل (۱۳) سـطح لغـزش دایـره‌ای بحرانی و غیردایره‌ای بحرانی حاصل از نرم‌افزار DOSS نشان داده شده‌است.

مثال ٤. به‌منظور نشان دادن توانایی بهینه‌سازی نرم‌افزار DOSS، یک سطح لغـزش کـاملاً تصـادفی بـا ضـریب اطمینان اولیهٔ FS_{ini}=۰/٤٦٧ به مثـال دوم داده شـد کـه بعـد از بهینـه‌سـازی، مقـدار ضـریب اطمینـان بهینـه FS_{opt}=۰/٤۰۷ شده‌است که نزدیک به مقدار به‌دست‌آمده در مثـال (۲) اسـت (یعنـی مقـدار۰/۳۹۵). ایـن انـدک اختلاف نیز به‌دلیل تفاوت در تعداد قطعاتِ انتخاب‌شده اسـت کـه بـر نتیجـهٔ بـه‌دسـت‌آمـده از بهینـه‌سـازی تأثیرگذاشته‌است. همان‌طور که در شکل (١٤) مشـاهده می‌شود، سطح لغزش اولیهٔ پاره‌خطـی ضـریب اطمینـان ۰/٤٦٧ دارد (رنگ آبی) که پس از بهینه‌سازی به مقـدار ۰/٤۰۷ کاهش یافته‌است (رنگ قرمز). دوباره این سـطح لغزش با تعداد پاره‌خط‌های بیشتر به‌عنوان سطح لغـزش اولیه درنظر گرفته‌می‌شود. مقدار ضریب اطمینان پـس از بهینه‌سازی به مقدار ۰/٤۰۰ کاهش می‌یابـد. ایـن رونـد دوباره تکرار گردیده‌است که درنهایت به مقدار ضـریب اطمینان ۰/۳۹۵ کاهش یافته‌است کـه تطـابق خـوبی بـا ضریب اطمینان به‌دست‌آمده در مثال (۲) دارد.

نتیجه‌گیری

مقایسهٔ نتایج حاصل از روش گرادیان محلـی بـا دیگـر روش‌ها نشان می‌دهد که روش گرادیان محلی علاوه بر این‌که سطوح لغزش پاره‌خطی را به‌خوبی بهینه می‌کنـد، مقادیر ضریب اطمینان کمتری نیز به‌دست می‌آید. قابـل ذکر است که سطوح لغزش پاره‌خطی انطباق بهتـری بـا سطوح لغزش اتفاق‌افتاده در طبیعت دارند. در این مقالـه یک برنامهٔ کاربردی به نام DOSS معرفی شده‌است کـه بر خلاف اغلب برنامه‌ها کـه تنهـا سـطح لغـزش دایـرهٔ بحرانی را به‌دست می‌آورند، سـطح لغـزش پـاره‌خطـی بحرانی را هم به‌دسـت مـی‌آورد. نتـایج حاصـل از ایـن برنامه که با نتـایج دیگـر محققـان و برنامـهٔ SLOPEW مقایسه شده‌است، تطابق خوبی دارد و توانسته‌اسـت در سطح لغزش پـاره‌خطـی بحرانـی نتـایج بهتـری بدهـد. توصیه می‌شود که ابتدا تعداد نقـاط انتخـابی بـر سـطح لغزش بحرانی دایره‌ای کم باشد تا سطح لغزش بحرانـی پاره‌خطی حاصل شود. سپس تعـداد نقـاط انتخـابی بـر سطح لغزش پاره‌خطـی بحرانـی بیشـتر شـود و دوبـاره بهینه‌یابی شود تا سطح لغزش بحرانی پاره‌خطـیِ بهتـری که مقدار ضریب اطمینـان کمتـری دارد، حاصـل شـود. جنبشی بودن سطح لغزش در هر مرحله کنترل می‌شـود تا انطباق بهتری با سطح لغزش طبیعی داشـته باشـد. در هر حال یافتن سطوح لغزشی که انطباق بیشتری با سطح لغـزش طبیعـی داشـته باشـند هـدفِ تحلیـل پایـداری شیب‌های خاکی در این مقاله است.

فهرست علائم

علامت	معرف
C	چسبندگی خاک
FS_f	ضریب اطمینان نسبت به تعادل نیرو
FS_m	ضریب اطمینان نسبت به تعادل لنگر
FS	ضریب اطمینان شیروانی
FS_i	ضریب اطمینان متناظر با مختصات گره‌های Z_i
FS_{ini}	ضریب اطمینان متناظر با سطح لغزش اولیه
FS_{opt}	ضریب اطمینان متناظر با سطح لغزش بهینه‌شده(غیردایره‌ای)
G_i	گرادیان تابع
n	تعداد قطعات سطح لغزش
R	شعاع کمان سطح لغزش
S_i	گرادیان تابع
u_i	فشار آب حفره‌ای در کف قطعهٔ iام
W_i	وزن قطعهٔ iام
Z_i	مختصات گره‌های کنترل
α	زاویهٔ کف قطعهٔ iام نسبت به افق
φ	زاویهٔ اصطکاک داخلی خاک
γ	وزن مخصوص خاک
θ	زاویهٔ شعاع کمان سطح لغزش با افق
λ	نسبت بین نیروهای بین‌قطعه‌ای
Δx_i	عرض المان iام درجهت افق
ε	مقداری بسیار کوچک($۱۰^{-۱۰۰۰۰۰}$)

مراجع

1. Hajiazizi, M. and Tavana, T., "Determining Three-Dimensional Non-Spherical Critical Slip Surface in Earth Slopes Using an Optimization Method", Eng. Geology, pp. 114-124, (2013).
2. Fellenius, W., "Calculation of the Stability of Earth Dams", Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, vol. 4, pp. 445–459, (1936).
3. Baker, R., "Determination of the Critical Slip Surface in Slope Stability Computations", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 4, No. 4, pp. 333-359, (1980).
4. Celestino, T. B., and Duncan, J. M., "Simplified Search for Non-Circular Slip Surfaces", Proceedings, *10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, International Society for Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, A.A. Balkema, Rotterdam, Holland, Vol. 3, pp 391-394, (1981).
5. Li, K.S., White, W., "Rapid Evaluation of Thecritical Slip Surface in Slope Stability Problems", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, No. 11, pp. 449–473, (1987).

۶. فخیمی، احمدعلی و حاجی‌عزیزی، محمد و محرمی، حمید. «روشی نوین در تعیین‌سطح لغزش بحرانی شیب‌های خاکی»، استقلال، سال ۱۸، شمارهٔ ۲، صص. ۱۱۵–۹۷، (۱۳۷۸).

7. Malkawi, A. I. H., Hassan, W. F., and Sarma, S. K., "Global Search Method for Locating General Slip Surface Using Monte Carlo Techniques", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental*

Engineering, Vol. 127, pp. 688-698, (2001).

8. Arai, K., Tagyo, K., "Determination of Non-Circular Slip Surface Giving the Minimum Factor of Safety in Slope Stability Analysis", *Soils and Found, Tokyo*, No. 25(1), pp. 43-51, (1985).
9. Khosravizadeh, M., Dehestani, M., Kalantary, F., "On the Seismic Stability and Critical Slip Surface of Reinforced Slopes", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, No. 85, pp. 179-190, (2016).
10. Kashani, A.R., Gandomi, A.H., Mousavi, M., "Imperialistic Competitive Algorithm: A Metaheuristic Algorithm for Locating the Critical Slip Surface in 2-Dimensional Soil Slopes", Geoscience Frontiers, No. 7(1), pp. 83-89, (2016).
11. Gao, W., "Forecasting of Landslide Disasters Based on Bionics Algorithm (Part 1: Critical Slip Surface Searching)", Computers and Geotechnics, No. 61, pp. 370-377, (2014).
12. Fu, W., Liao, Y., "Non-Linear Shear Strength Reduction Technique in Slope Stability Calculation", *Computers and Geotechnics*, No. 37(3), pp. 288-298, (2010).
13. Kalatehjari R, Ali N, Kholghifard M., Hajihassani M., "The Effects of Method of Generating Circular Slip Surfaces on Determining the Critical Slip Surface by Particle Swarm Optimization", *Arab. J. Geosci.,* No. 14;7(4), pp. 1529–39, (2014).
14. Janbu, N., "Slope Stability Computation", Embankment dam engineering Cassagrande volume. John Wiley, (1973).
15. Spencer, E., "A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces", Géotechnique 17, pp. 11–26, (1967).
16. Rao, S.S., "Optimization Theory and Applications", 2nd, Chapter 5, Wiley Eastern Limited, (1984).
17. DPlot Software Version 2.3.1.8, Graph Software For Scientists & Engineers, www.dplot.com, (2010).
18. Yamagami, T., Ueta, Y., "Search for Noncircular Slip Surfaces by the Morgenstern–Price Method", *The 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics.* Numerical Methods in Geomechanics (Innsbruck 1988). Balkema, Innsbruck, pp. 1335–1340, (1988).
19. Greco, V.R. "Efficient Monte Carlo Technique for Locating Critical Slip Surface", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering,* No. 122 (7), pp. 517–525, (1996).
20. Cheng, Y.M., Li, L., and Li, S.C. "Particle Swarm Optimization Algorithm for Location of Critical Non-Circular Failure Surface in Two Dimensional Slope Stability Analysis", Computer and Geotech, No. 34, pp. 92-103, (2007).
21. Solati, S., Habibagahi, G. "A genetic Approach for Determining the Generalized Interslice Forces and the Critical Non-Circular Slip Surface", *Iranian Journal of Science and Technology.* Transaction B, Engineering, No. 30 (1), pp. 1–20, (2006).
22. Jianping, S., Li, J., Liu, Q., "Search for Critical Slip Surface in Slope Stability Analysis by Spline-

Based GA Method", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, No. 134 (2), pp. 252–256, (2008).

23. Kahatadeniya, K.S., Nanakorn, P., Neaupane, K.M., "Determination of the Critical Failure Surface for Slope Stability Analysis Using Ant Colony Optimization", *Engineering Geology*, No. 108, pp. 133–141, (2009).
24. "Geo-Slope International", SLOPE/W 2007, Alberta, Canada, (2007).
25. Sridevi, B., Deep, K., "Application of Global Optimization Technique to Slope Stability Analysis", Proceeding of 6th international symposium on landslides, pp. 573–8, (1991).